

Laboratorium NR 2

TEMAT: MACIERZE

1. OPIS STANOWISKA

1.1. Stosowana aparatura

- komputer klasy PC z systemem operacyjnym Microsoft Windows (XP/Vista/7).

1.2. Oprogramowanie

- środowisko Matlab R2007b (Version 7.5.0.342), classroom license.

2. WSTĘP TEORETYCZNY

2.1. Wprowadzanie macierzy

Przy wprowadzaniu macierzy wszystkie jej elementy muszą być ujęte w nawiasy kwadratowe. Elementy oddziela się spacją lub przecinkiem. Średnik lub znak nowego wiersza **<Enter>** kończy wiersz macierzy i powoduje przejście do następnego. Liczba elementów w każdym wierszu musi być taka sama.

Wprowadzenie macierzy $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 6 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ będzie miało następującą postać:

```
>> A = [3 7 6; 4 2 1]
```

Można wprowadzać także wektory wierszowe i kolumnowe: $B = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$

```
>> B = [1 2 3 4]
```

```
>> C = [1; 2; 3; 4]
```

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Macierze mogą zawierać liczby zespolone: $D = \begin{bmatrix} 2+3i & 4-6i \\ -2-5i & 3i \end{bmatrix}$

```
>> D = [2+3i 4-6i; -2-5i 3i]
```

lub

```
>> D = [2 4; -2 0] + i*[3 -6; -5 3]
```

Jeśli kolejne elementy macierzy różnią się od siebie o określoną wartość to do utworzenia macierzy można wykorzystać dwukropek (:).

min:max - generuje wektor wierszowy zawierający liczby całkowite z przedziału **<min,max>** zwiększające się o **1**,

min:krok:max - generuje wektor wierszowy zawierający liczby od **min** do **max** o wartościach zmieniających się o **krok**,

```
>> B = 1:4          >> C = 5:3:15
B =                C =
    1 2 3 4          5 8 11 14
```

```
>> A = [1:4; 1:0.5:2.5]
A =
    1.0000 2.0000 3.0000 4.0000
    1.0000 1.5000 2.0000 2.5000
```

W Matlabie zdefiniowano szereg funkcji do generowania macierzy specjalnych.

eye (n)	generuje macierz jednostkową o rozmiarze n × n (jedynki na głównej przekątnej, reszta elementów równa zero)
ones (n)	generuje macierz o rozmiarze n × n o wszystkich elementach równych 1
zeros (n)	generuje macierz o rozmiarze n × n o wszystkich elementach równych 0
rand (n)	generuje macierz o rozmiarze n × n wypełnioną liczbami pseudolosowymi z przedziału <0,1>
randn (n)	generuje macierz o rozmiarze n × n wypełnioną liczbami pseudolosowymi o rozkładzie normalnym ze średnią równo 0 i wariancją równą 1

```
>> eye(4)                                >> rand(3)
ans =                                     ans =
     1     0     0     0                 0.4218    0.9595    0.8491
     0     1     0     0                 0.9157    0.6557    0.9340
     0     0     1     0                 0.7922    0.0357    0.6787
     0     0     0     1
```

Powyższe funkcje generują macierze kwadratowe ($n \times n$), dla macierzy prostokątnych należy podać dwa argumenty, np.

```
>> ones(n,m)          n - liczba wierszy, m - liczba kolumn
```

2.2. Odwołania do elementów macierzy

Do elementu macierzy **A** znajdującego się w wierszu o indeksie **i** oraz kolumnie o indeksie **j** odwołujemy się poprzez **A(i,j)**. Elementem takim można posługiwać się jak każdą inną zmienną. Indeksy wierszy i kolumn rozpoczynają się od wartości 1.

```
>> A = [3 7 6; 4 2 1]
A =
     3     7     6
     4     2     1
>> A(1,1)
ans =
     3
>> A(2,3)
ans =
     1
```

Do elementów macierzy można odwoływać się także przy użyciu jednego indeksu:

- jeśli **A** jest wektorem, to odwołanie **A(i)** oznacza odwołanie do i-tego elementu wektora,
- jeśli **A** jest macierzą dwuwymiarową, to odwołanie **A(i)** oznacza odwołanie do wektora kolumnowego uformowanego z kolejnych kolumn oryginalnej macierzy, umieszczonych jedna pod druga, np.

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(2,3)                                >> A(6)
ans =                                     ans =
      6                                     8
```

Wykorzystując dwukropek można odwoływać się do wybranych fragmentów macierzy.

A(i, :)	i-ty wiersz macierzy A
A(:, j)	j-ta kolumna macierzy A
A(:)	cała macierz w postaci wektora kolumnowego
A(:, :)	cała macierz (dzwuwymiarowa)
A(i, j:k)	elementy i-tego wiersza macierzy A o numerach od j do k
A(i:j, k:l)	elementy od i-tego do j-tego wiersza oraz od k-tej do l-tej kolumny
A(X, i:j)	wszystkie elementy w kolumnach od i do j i wierszach macierzy A o numerach określonych przez elementy wektora X

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(:)                                >> A(2, :)                                >> A(2:3, 2:3)
ans =                                     ans =                                     ans =
      1                                     4 5 6                                     5 6
      4                                     8 9
```

```

7
2          >> A(2,1:2)          >> A(:, [1 3])
5          ans =                ans =
8              4  5                1  3
3              4  6                4  6
6              7  9
9

```

Można usunąć wybrane elementy macierzy przypisując im wartość w postaci macierzy pustej symbolizowanej przez puste nawiasy kwadratowe.

```

>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(:,1) = []
A =
    2  3
    5  6
    8  9

```

2.3. Macierze wielowymiarowe

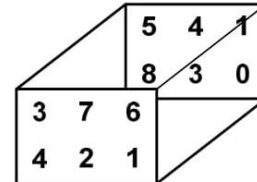
Matlab umożliwia definiowanie i wykonywanie operacji na macierzach wielowymiarowych. Odwołania do elementów takich macierzy wymagają podania odpowiedniej liczby indeksów, przy czym przyjmuje się, że:

- pierwszy indeks oznacza numer **wiersza** (wymiar 1),
- drugi indeks oznacza numer **kolumny** (wymiar 2),
- trzeci indeks oznacza numer **strony** (wymiar 3),
- kolejne indeksy oznaczają kolejne wymiary.

W przypadku macierzy trójwymiarowych definiuje się je stronami, np.

>> $A(:, :, 1) = [3 \ 7 \ 6; \ 4 \ 2 \ 1]$ (strona 1)

>> $A(:, :, 2) = [5 \ 4 \ 1; \ 8 \ 3 \ 0]$ (strona 2)



Przykładowe odwołania do powyższej macierzy:

>> $A(2, 2, 1)$ >> $A(2, 2, 2)$

ans = ans =

2 3

Macierze wielowymiarowe mogą być także tworzone za pomocą odpowiednich funkcji ($\text{eye}()$, $\text{ones}()$, $\text{zeros}()$, $\text{rand}()$, $\text{randn}()$), np.

>> $A = \text{rand}(2, 3, 2)$

$A(:, :, 1) =$

0.9501 0.6068 0.8913

0.2311 0.4860 0.7621

$A(:, :, 2) =$

0.4565 0.8214 0.6154

0.0185 0.4447 0.7919

2.4. Operacje na macierzach i wektorach

Operacje wykonywane na macierzach i wektorach można podzielić na dwie grupy:

- **operacje macierzowe** - określone regułami algebry liniowej,
- **operacje tablicowe** - wykonywane element po elemencie, operatory występujące w tych operacjach poprzedzone są kropką.

Podstawowe operacje i stosowane operatory zostały zestawione w poniższej tabeli.

Operacja	macierzowa	tablicowa	uwagi
dodawanie	+	+	
odejmowanie	-	-	
mnożenie	*	.*	
potęgowanie	^	.^	
dzielenie prawostronne	/	./	A./B A(i, j)/B(i, j)
dzielenie lewostronne	\	.\	A.\B B(i, j)/A(i, j)
transpozycja	`	.`	

Poniżej przedstawiono sposób w jaki wykonywane są operacje macierzowe i tablicowe. Załóżmy, że mamy dwie macierze **A** i **B**.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Dodawanie (macierzowe, tablicowe)

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$$

Odejmowanie (macierzowe, tablicowe)

$$A - B = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{bmatrix}$$

W przypadku dodawania i odejmowania operacje macierzowe i tablicowe wykonywane są w ten sam sposób.

Mnożenie (tablicowe)

$$A.*B = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot b_{11} & a_{12} \cdot b_{12} \\ a_{21} \cdot b_{21} & a_{22} \cdot b_{22} \end{bmatrix}$$

Mnożenie (macierzowe)

$$A*B = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{bmatrix}$$

Mnożenie tablicowe jest przemienne, czyli: **A.*B = B.*A**. Mnożenie macierzowe nie jest przemienne, czyli: **A*B ≠ B*A**. W przypadku mnożenia macierzowego liczba wierszy macierzy **A** musi być równa liczbie kolumn macierzy **B**.

Potęgowanie (tablicowe)

$$A.^k = \begin{bmatrix} a_{11}^k & a_{12}^k \\ a_{21}^k & a_{22}^k \end{bmatrix}$$

Dzielenie prawostronne (tablicowe)

$$A./B = \begin{bmatrix} a_{11}/b_{11} & a_{12}/b_{12} \\ a_{21}/b_{21} & a_{22}/b_{22} \end{bmatrix}$$

Dzielenie prawostronne (macierzowe)

$$A/B = A \cdot B^{-1}$$

Potęgowanie (macierzowe)

$$A^k = \underbrace{A * A * A * \dots * A}_k$$

Dzielenie lewostronne (tablicowe)

$$A.\backslash B = B./A = \begin{bmatrix} b_{11}/a_{11} & b_{12}/a_{12} \\ b_{21}/a_{21} & b_{22}/a_{22} \end{bmatrix}$$

Dzielenie lewostronne (macierzowe)

$$A \backslash B = A^{-1} \cdot B$$

Transpozycja macierzy zawierającej tylko elementy rzeczywiste daje takie same wyniki przy zastosowaniu obu operatorów - tablicowego i macierzowego. Jeśli macierz zawiera elementy zespolone to zastosowanie operatora tablicowego powoduje tylko zamianę wierszy macierzy z jej kolumnami, natomiast w przypadku operatora macierzowego otrzymana macierz zawiera elementy sprzężone z odpowiednimi elementami macierzy zespolonej.

```
>> A = [1+1i 2-2i; 3-3i 4+4i]
A =
    1.0000+ 1.0000i    2.0000- 2.0000i
    3.0000- 3.0000i    4.0000+ 4.0000i
>> A.'
ans =
    1.0000+ 1.0000i    3.0000- 3.0000i
    2.0000- 2.0000i    4.0000+ 4.0000i
>> A'
ans =
    1.0000- 1.0000i    3.0000+ 3.0000i
    2.0000+ 2.0000i    4.0000- 4.0000i
```


Jeśli jeden z argumentów przy operacjach jest skalarem, to zawsze wykonywane są operacje tablicowe, np.

- >> $\mathbf{A}+1$ - do każdego elementu macierzy \mathbf{A} zostanie dodana wartość 1.
- >> $\mathbf{A}/5$ - każdy element macierzy \mathbf{A} zostanie podzielony przez 5.

2.5. Funkcje przekształcające macierze i wyznaczające wielkości je charakteryzujące

Funkcje wyświetlające rozmiary macierzy:

size (A)	funkcja wyświetlająca liczbę wierszy i liczbę kolumn macierzy \mathbf{A} w postaci dwuelementowego wektora wierszowego
n = size (A, 1)	funkcja przypisująca zmiennej n liczbę wierszy macierzy \mathbf{A}
m = size (A, 2)	funkcja przypisująca zmiennej m liczbę kolumn macierzy \mathbf{A}
length (x)	funkcja zwracająca długość wektora \mathbf{x} lub dłuższy z wymiarów macierzy (jeśli \mathbf{x} jest macierzą)

Funkcje wyświetlające wartości charakteryzujące macierze:

rank (A)	funkcja obliczająca rząd macierzy \mathbf{A} (liczbę liniowo niezależnych wektorów tworzących wiersze lub kolumny macierzy)
det (A)	funkcja obliczająca wyznacznik macierzy kwadratowej \mathbf{A}
cond (A)	funkcja obliczająca współczynnik uwarunkowania macierzy \mathbf{A} , definiowany jako $\text{cond}(\mathbf{A}) = \ \mathbf{A}\ \cdot \ \mathbf{A}^{-1}\ $, stanowiący współczynnik z jakim błędy wejściowe przenoszą się na wyjście podczas operacji macierzowej; im większa jest wartość współczynnika uwarunkowania macierzy tym większa jest jej wrażliwość na błędy zaokrągleń podczas wykonywania operacji arytmetycznych
trace (A)	funkcja obliczająca ślad macierzy \mathbf{A} (sumę elementów na przekątnej)

$E = \text{eig}(A)$	funkcja zwracająca wektor E zawierający wartości własne macierzy kwadratowej A
$[V, D] = \text{eig}(A)$	funkcja zwracająca: <ul style="list-style-type: none"> - macierz diagonalną D zawierającą na diagonalu wartości własne macierzy kwadratowej A - macierz V, której kolumny są wektorami własnymi odpowiadającymi kolejnym wartościom własnym

```
>> A = [8 5 6; 3 4 7; 4 7 2];
>> eig(A)
ans =
    15.2888
     2.9210
    -4.2097
>> [V,D] = eig(A)
V =
    0.7293    0.8192   -0.1300
    0.4900   -0.5041   -0.6154
    0.4776   -0.2734    0.7774
D =
    15.2888         0         0
         0     2.9210         0
         0         0    -4.2097
```

Funkcje przekształcające macierze:

<code>inv(A)</code>	funkcja obliczająca macierz odwrotną do macierzy A , taki sam wynik uzyskamy podnosząc macierz A do potęgi -1: $\text{inv}(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^{-1}$
---------------------	--

```
>> A = [8 5 6; 3 4 7; 4 7 2];
```

```
>> inv(A)
```

```
ans =
```

```
    0.2181    -0.1702    -0.0585
   -0.1170     0.0426     0.2021
   -0.0266     0.1915    -0.0904
```

```
>> A = [7 6 4; 4 9 1; 6 7 3];
```

```
>> inv(A)
```

```
Warning: Matrix is close to singular or badly scaled.
```

```
Results may be inaccurate. RCOND = 6.308085e-018.
```

```
ans =
```

```
1.0e+015 *
    1.8476     0.9238    -2.7714
   -0.5543    -0.2771     0.8314
   -2.4019    -1.2010     3.6029
```

W powyższym przykładzie próbujemy obliczyć macierz odwrotną do macierzy osobliwej. Matlab ostrzega nas komunikatem: „Macierz jest prawie macierzą osobliwą lub jest źle wyskalowana. Wynik może być niepoprawny.” RCOND (reciprocal condition estimate) jest odwrotnością wskaźnika uwarunkowania macierzy.

<code>x = diag(A)</code>	funkcja tworząca wektor x z elementów znajdujących się na głównej przekątnej macierzy A
--------------------------	---

<code>A = diag(x)</code>	funkcja tworząca macierz przekątniową A z elementami wektora x na głównej przekątnej
--------------------------	--

```
>> x = [1:5];
>> A = diag(x)
A =
     1     0     0     0     0
     0     2     0     0     0
     0     0     3     0     0
     0     0     0     4     0
     0     0     0     0     5
```

<code>repmat(A, n, m)</code>	funkcja tworząca nową macierz przez powielenie podmacierzy A m -razy w poziomie i n -razy w pionie
------------------------------	---

```
>> A = [1 2; 3 4];
>> repmat(A, 2, 3)
ans =
     1     2 |     1     2 |     1     2
     3     4 |     3     4 |     3     4
-----|-----|-----
     1     2 |     1     2 |     1     2
     3     4 |     3     4 |     3     4
```

<code>reshape(A, n, m)</code>	funkcja tworząca macierz o n -wierszach i m -kolumnach z macierzy A (elementy nowej macierzy powstają z elementów macierzy A branych kolejno kolumnami), nowa macierz i macierz A powinny mieć tyle samo elementów
-------------------------------	---

```
>> A = [1 5 9; 2 6 10; 3 7 11; 4 8 12]
```

```
A =
```

```

1     5     9
2     6    10
3     7    11
4     8    12
```

```
>> reshape(A, 3, 4)
```

```
ans =
```

```

1     4     7    10
2     5     8    11
3     6     9    12
```

W Matlabie istnieje szereg funkcji wykonujących operacje na wektorach.

max (x)	funkcja zwracająca największy element wektora x
min (x)	funkcja zwracająca najmniejszy element wektora x
sum (x)	funkcja zwracająca sumę elementów wektora x
prod (x)	funkcja zwracająca iloczyn elementów wektora x
mean (x)	funkcja zwracająca średnią arytmetyczną elementów wektora x
norm	funkcja obliczająca normę wektora lub macierzy
dot (A, B)	funkcja obliczająca iloczyn skalarny wektorów A i B , wektory A i B powinny mieć taką samą długość
sort (V)	funkcja sortująca elementy wektora V w kolejności rosnącej
diff (V)	funkcja obliczająca różnice pomiędzy sąsiednimi elementami wektora V

<code>cumsum(V)</code>	funkcja obliczająca sumy skumulowane kolejnych elementów wektora V
<code>cumprod(V)</code>	funkcja obliczająca iloczyny skumulowane kolejnych elementów wektora V

Jeśli w powyższych funkcjach **x** jest macierzą dwuwymiarową, to funkcje te zwracają wyniki odnoszące się do poszczególnych jej **kolumn**.

```
>> V = [2 4 1 6 5];
>> mean(V)
ans =
    3.6000
>> sort(V)
ans =
     1     2     4     5     6
>> diff(V)
ans =
     2    -3     5    -1
>> cumsum(V)
ans =
     2     6     7    13    18
>> cumprod(V)
ans =
     2     8     8    48   240
```

2.6. Rozwiązywanie układów równań liniowych

Rozwiązywanie układów równań liniowych w postaci $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ (gdzie \mathbf{A} - macierz współczynników, \mathbf{x} - wektor niewiadomych, \mathbf{b} - wektor wyrazów wolnych) jest jednym z podstawowych zagadnień algebry liniowej. Najprostsza metoda rozwiązania takiego układu polega na zastosowaniu macierzy odwrotnej lub dzielenia lewostronnego.

$\mathbf{x} = \text{inv}(\mathbf{A}) * \mathbf{b}$	rozwiązuje układ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ (\mathbf{b} musi być wektorem kolumnowym)
$\mathbf{x} = \mathbf{A} \backslash \mathbf{b}$	rozwiązuje układ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ (\mathbf{b} musi być wektorem kolumnowym)

Rozwiążmy układ równań:

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

```
>> A = [5 4 2; 1 2 0; 3 0 4];
```

```
>> b = [13; 5; 7];
```

```
>> x = inv(A) * b
```

```
>> x = A \ b
```

```
x =
```

```
x =
```

```
-0.3333
```

```
-0.3333
```

```
2.6667
```

```
2.6667
```

```
2.0000
```

```
2.0000
```

2.7. Wielomiany

W Matlabie wielomiany reprezentowane są w postaci wektora wierszowego zawierającego współczynniki wielomianu. Współczynniki są umieszczone w kolejności malejących potęg (od współczynnika stojącego przy najwyższej potędze do współczynnika stojącego przy najniższej).

$\mathbf{Y} = \text{polyval}(\mathbf{P}, \mathbf{X})$	funkcja obliczająca wartość wielomianu \mathbf{P} dla \mathbf{X} ; \mathbf{P} jest wektorem, którego elementami są współczynniki wielomianu umieszczone w kolejności malejących potęg
---	---

Obliczamy wartość wielomianu $P(x)$ dla $x = 3$:

$$P(x) = 15x^4 - 6x^3 + 4x - 3$$

```
>> P = [15 -6 0 4 -3];
```

```
>> y = polyval(P, 3)
```

```
y =
```

```
1062
```

Jeśli argument X funkcji **polyval** jest macierzą lub wektorem, to wartość wielomianu jest obliczana oddzielnie dla każdego elementu tej macierzy lub wektora.

roots (P)	funkcja obliczająca pierwiastki wielomianu P
------------------	---

Szukamy pierwiastków wielomianu $P(x)$:

$$P(x) = 15x^4 - 6x^3 + 4x - 3$$

```
>> P = [15 -6 0 4 -3];
```

```
>> roots(P)
```

```
ans =
```

```
-0.7055
```

```
0.2550 + 0.6412i
```

```
0.2550 - 0.6412i
```

```
0.5954
```

poly (V)	funkcja obliczająca współczynniki wielomianu na podstawie jego pierwiastków zawartych w wektorze V
-----------------	---

```
>> V = [3 7 2 -3 4];
```



```
>> poly(V)

ans =

     1    -13     41     61   -450    504
```

Wielomian z powyższego przykładu ma postać:

$$P(x) = x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 61x^2 - 450x + 504$$

Funkcja **poly** jest funkcją odwrotną do **roots**, a **roots** - funkcją odwrotną do **poly**:

```
>> P = [1 -13 41 61 -450 504];

>> roots(P)

ans =

     7.0000
    -3.0000
     4.0000
     3.0000
     2.0000
```

Jeśli argument funkcji **poly** jest macierzą kwadratową, to zwraca ona wektor zawierający współczynniki wielomianu charakterystycznego tej macierzy.

polyder (P)	funkcja wykonująca różniczkowanie wielomianu o współczynnikach przekazanych w wektorze P
--------------------	---

Pochodna wielomianu:

$$P(x) = 15x^4 - 6x^3 + 4x - 3$$

wynosi:

$$P'(x) = 60x^3 - 18x^2 + 4$$

```
>> P = [15 -6 0 4 -3];
>> polyder(P)
ans =
      60   -18     0     4
```

Operacją odwrotną do różniczkowania wielomianu jest jego całkowanie wykonywane przez funkcję **polyint()**.

polyint(P, C)	funkcja wykonująca całkowanie wielomianu o współczynnikach przekazanych w wektorze P i stałej całkowania C
----------------------	--

Całka wielomianu:

$$P(x) = 60x^3 - 18x^2 + 4$$

dla **C = -3** wynosi:

$$\int P(x) dx = 15x^4 + 6x^3 + 4x - 3$$

```
>> P = [60 18 0 4];
>> polyint(P, -3)
ans =
      15     6     0     4    -3
```

3. PRZEBIEG ĆWICZENIA

Wykonaj podane poniżej zadania.

Zadanie 1

Wykorzystując dwukropek (:) lub odpowiednie funkcje wygeneruj poniższe macierze:

a)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix},$$

$$b) \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 \\ 0,5 & 1,5 & 2,5 & 3,5 & 4,5 & 5,5 & 6,5 \end{bmatrix},$$

$$c) \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{4} & 0 & \frac{\pi}{4} & \frac{\pi}{2} \\ -4 & -2 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix},$$

d) macierz \mathbf{D} o rozmiarze 4×3 wypełnioną liczbami pseudolosowymi z przedziału $\langle 0,1 \rangle$,

e) macierz jednostkową \mathbf{E} o rozmiarze 4×4 .

Zadanie 2

Na podstawie macierzy \mathbf{A} z Zadania 1 utwórz:

- wektor $\mathbf{A1}$ zawierający drugi wiersz macierzy \mathbf{A} ,
- macierz $\mathbf{A2}$ zawierającą kolumny od 3 do 7 macierzy \mathbf{A} ,
- macierz $\mathbf{A3}$ zawierającą kolumny od 3 do 5 macierzy \mathbf{A} z wierszy nr 2 i 3,
- macierz $\mathbf{A4}$ zawierającą kolumny nr 1, 3, 5, 7, 9 z macierzy \mathbf{A} .

Zadanie 3

Dane są macierze \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} i \mathbf{D} . Rozwiąż poniższe równanie macierzowe.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{AX} - \mathbf{B}) = \mathbf{D}$$

Zadanie 4

Oblicz wartości poniższej funkcji dla elementów wektora \mathbf{x} .

$$y = 2x \cos(1 + x^2) \quad \mathbf{x} = \left[0 \quad \frac{1}{2}\pi \quad \pi \quad \frac{3}{2}\pi \quad 2\pi \right]$$

Zadanie 5

Dane są dwie macierze:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 8 & 1 & 8 \\ 5 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Stosując odpowiednie funkcje oblicz:

- rzędy macierzy **A** i **B**,
- wyznaczniki macierzy **A** i **B**,
- wskaźniki uwarunkowań macierzy **A** i **B**,
- wartości własne macierzy **A** i **B**,
- ślady macierzy **A** i **B**,
- macierze odwrotne macierzy **A** i **B**,
- wartość najmniejszego elementu macierzy **A**,
- sumę wszystkich elementów macierzy **A**,
- sumę elementów na głównej przekątnej macierzy **A**.

Zadanie 6

Rozwiąż poniższy układ równań stosując:

- macierz odwrotną,
- dzielenie lewostronne.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_2 + 2x_3 = -3 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 7,5 \end{cases}$$

Sprawdź, czy obie metody dały identyczne wyniki (odejmij otrzymane wyniki od siebie).

Zadanie 7

Oblicz pierwiastki oraz wartość wielomianu $f(x)$ dla $x = 2$:

$$f(x) = 2x^6 - 3x^5 + 1,5x^3 - 4x^2 - 2$$

Zadanie 8

Pierwiastki pewnego wielomianu $f(x)$ wynoszą:

$$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = -2, x_5 = 3, x_6 = -3$$

Oblicz i podaj postać tego wielomianu.

Zadanie 9

Stosując funkcję **roots** oblicz pierwiastki wielomianu $f(x)$. Oceń dokładność wyznaczenia tych pierwiastków.

$$f(x) = (x-1)^6$$

4. LITERATURA

- [1] Mrozek B., Mrozek Z.: MATLAB i Simulink. Poradnik użytkownika. Wydanie III. Helion, Gliwice, 2010.
- [2] Stachurski M. Treichel W.: Matlab dla studentów. Ćwiczenia, zadania, rozwiązania. Witkom, Warszawa, 2009.
- [3] Pratap R.: MATLAB 7 dla naukowców i inżynierów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2010.
- [4] Brzóška J., Dorobczyński L.: Matlab: środowisko obliczeń naukowo-technicznych. „Mikom”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2008.
- [5] Kamińska A., Pańczyk B.: Ćwiczenia z Matlab. Przykłady i zadania. Wydawnictwo MIKOM, Warszawa, 2002.
- [6] Sobierajski M., Łabuzek M.: Programowanie w Matlabie dla elektryków. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2005.
- [7] Dyka E., Markiewicz P., Sikora R.: Modelowanie w elektrotechnice z wykorzystaniem środowiska MATLAB. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2006.
- [8] Czajka M.: MATLAB. Ćwiczenia. Helion, Gliwice, 2005.